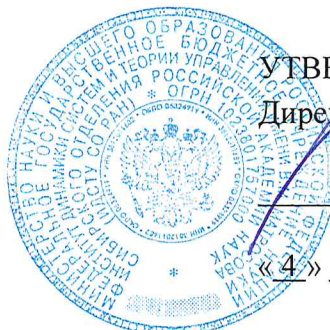


МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
ИНСТИТУТ ДИНАМИКИ СИСТЕМ И ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ
имени В.М. МАТРОСОВА
Сибирского отделения Российской академии наук
(ИДСТУ СО РАН)



УТВЕРЖДАЮ

Директор ИДСТУ СО РАН, академик


И.В. Бычков

« 4 » апреля 2022 г.

**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА В АСПИРАНТУРУ
ПО СПЕЦИАЛЬНОСТИ**

2.3.1 – Системный анализ, управление и обработка информации

ОДОБРЕНА на заседании
Ученого совета ИДСТУ СО РАН
(Протокол № 3 от « 4 » апреля 2022 г.)
Ученый секретарь, к.т.н.

 Е.С. Фереферов

Программа вступительного экзамена в аспирантуру по специальной дисциплине разработана в соответствии с уровнями высшего образования специалитет и магистратура.

Вступительный экзамен в аспирантуру по специальности 2.3.1 «Системный анализ, управление и обработка информации» проводится в письменной форме с последующим устным представлением ответов на экзаменационные вопросы. Поступающий должен ответить на три вопроса из представленных ниже тем. Члены экзаменационной комиссии вправе задавать дополнительные вопросы.

1. Теория множеств

1. Подмножества и семейства подмножеств. Покрытие и разбиение.
2. Операции над множествами. Образ и прообраз множеств.
3. Рефлексивность, симметричность, транзитивность и другие свойства отношений.
4. Отношение эквивалентности.
5. Отношения строгого и нестрогого порядка. Квазипорядок и его свойства.

2. Алгебра и геометрия

1. Формы записи уравнения прямой. Взаимное расположение прямых.
2. Формы записи уравнения плоскости. Взаимное расположение плоскостей, прямой и плоскости.
3. Операции над векторами (сложение, умножение на число, скалярное, векторное и смешанное произведение), их свойства.
4. Матрицы и определители, их свойства. Теорема Лапласа о разложении определителя.
5. Линейная независимость системы векторов, ее ранг. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора в базисе, их изменение при смене базиса.
6. Системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера–Капелли.
7. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений.
8. Квадратичная функция и квадратичная форма.
9. Положительно определенные квадратичные формы. Критерии положительной определенности.

3. Математический анализ, дифференциальные уравнения и уравнения математической физики

1. Предел последовательности и предел функции. Свойства пределов. Первый и второй замечательные пределы.
2. Дифференцирование функций одной и многих переменных. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости функций одной и многих переменных.
3. Формула Тейлора.
4. Определение интеграла по Риману. Критерий интегрируемости. Классы интегрируемых функций.
5. Числовые ряды. Абсолютная и условная сходимость. Признаки сходимости числовых рядов. Гармонический ряд.
6. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши.
7. Приемы интегрирования простейших дифференциальных уравнений первого порядка.
8. Сведение дифференциальных уравнений высших порядков к системе дифференциальных уравнений первого порядка.
9. Системы линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами первого порядка. Характеристическое уравнение. Фундаментальная система решений.
10. Системы линейных неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами первого порядка. Метод вариации постоянных.

11. Дифференциальные уравнения с частными производными первого порядка. Задача Коши.
12. Канонический вид дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка.

4. Методы оптимизации и оптимальное управление

1. Определение инфимума, супремума, минимума, максимума. Понятие о задачах оптимизации. Безусловная оптимизация, принцип (условие оптимальности) Ферма.
2. Методы одномерной минимизации (золотое сечение, дихотомия, квадратичная аппроксимация и др.).
3. Выпуклые множества и функции одной и многих переменных. Основные свойства выпуклых функций. Выпуклая задача безусловной оптимизации, необходимые и достаточные условия оптимальности. Метод градиентного спуска Коши (1847 г.).
4. Условная оптимизация, ограничения типа равенства и неравенства, локальные и глобальные решения. Выпуклая задача с ограничениями. Методы условного градиента, проекции градиента и сопряженных градиентов.
5. Скорость сходимости различных методов оптимизации.
6. Принцип Лагранжа в задачах с ограничениями. Теорема Куна–Таккера. Лагранжева двойственность в задачах оптимизации.
7. Теория и методы линейной и квадратичной оптимизации. Двойственность в линейной и квадратичной оптимизации.
8. Метод внутренней точки в задачах линейной и квадратичной оптимизации. Конечный метод решения задач квадратичной оптимизации.
9. Простейшие задачи вариационного исчисления. Сильный и слабый экстремумы. Условия Эйлера и Вейерштрасса.
10. Многомерная и изопериметрическая задачи вариационного исчисления.
11. Задачи оптимального управления с функционалами Майера, Лагранжа, Больца. Возможности аппарата вариационного исчисления в задачах оптимального управления.
12. Линейная по фазе задача оптимального управления и Принцип максимума Понтрягина. Минимизация выпуклого функционала вдоль линейной системы управления. Достаточность Принципа максимума Понтрягина.
13. Принципа максимума Понтрягина для задачи оптимального управления Больца со свободным правым концом без ограничений. Формулировка и обсуждение. Игольчатая вариация и доказательство Принципа максимума Понтрягина.
14. Численные методы оптимального управления, основанные на Принципе максимума Понтрягина. Сходимость для линейно-квадратичных, выпуклых по фазе задач.
15. Математическая модель бескоалиционной игры. Примеры задач исследования операций. Понятие оптимальности в векторной оптимизации.
16. Схема антагонистической игры. Ситуации равновесия и их характеристикация.
17. Матричные игры, их смешанное расширение. Теорема фон Неймана. Условия оптимальности в матричных играх и доминирование стратегий. Матричная игра и линейная оптимизация.
18. Биматричные игры, их смешанное расширение. Равновесие по Нэшу. Биматричная игра и линейная оптимизация. Методы решения биматричных игр.

5. Теория вероятностей

1. События. Вероятностное пространство. Классическое определение вероятности.
2. Геометрические вероятности.
3. Условные вероятности. Теорема умножения. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

4. Независимость событий. Схема испытаний Бернулли.
5. Случайные величины. Числовые характеристики случайных величин. Функция распределения случайной величины. Плотность распределения непрерывной случайной величины.
6. Независимость случайных величин.
7. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел.
8. Центральная предельная теорема.
9. Основные задачи математической статистики. Выборочный метод. Статистические критерии для проверки гипотез. Уровень значимости.
10. Критерии значимости Пирсона, Колмогорова. Статистические оценки параметров вероятностных распределений. Доверительные интервалы.

6. Численные методы

1. Запись чисел в ЭВМ. Формы записи данных.
2. Погрешность результата численного решения задачи, ее источники.
3. Задача интерполирования. Интерполяционный многочлен Лагранжа и Ньютона.
4. Численное дифференцирование.
5. Численное интегрирование.
6. Решение систем линейных алгебраических уравнений. Метод исключения Гаусса. Определитель и обратная матрица. Прогонка.
7. Нелинейное уравнение с одним неизвестным. Дихотомия. Метод простых итераций. Метод Ньютона. Метод секущих. Метод парабол.
8. Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов.
9. Метод Эйлера. Метод Рунге–Кутты.
10. Метод Ньютона–Рафсона–Симпсона решения системы нелинейных уравнений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. – М.: Физматлит, 2005.
2. Мальцев И.А. Линейная алгебра. – Новосибирск: Изд-во Института математики, 2001.
3. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа: в 2 т. – М.: Физматлит, 2005.
4. Понтрягин Л.С. Дифференциальные уравнения и их приложения. – М.: Едиториал УРСС, 2011
5. Федорюк М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Наука, 2003.
6. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. – М.: Наука, 1969
7. Васильев Ф.П. Методы оптимизации: учебник для вузов: в 2 кн. – М.: МЦНМО, 2011. – Кн. 1: Конечномерные задачи оптимизации. Принцип максимума. Динамическое программирование; Кн. 2: Оптимизация в функциональных пространствах. Регуляризация. Аппроксимация.
8. Сухарев А.Г., Тимохов В.В., Федоров А.В. Курс методов оптимизации. – М.: Физматлит, 2008.
9. Понтрягин Л.С. Принцип максимума в оптимальном управлении. – М.: Едиториал УРСС, 2004.
10. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики. – М.: Физматлит, 2003.
11. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: КноРус, 2010.
12. Вентцель Е.С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология. – М.: КноРус, 2010.
13. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: Бинوم. Лаборатория знаний, 2011.

14. Васильев О.В., Аргучинцев А.В. Методы оптимизации в задачах и упражнениях. – М.: Физматлит, 1999.
15. Васильев О.В. Лекции по методам оптимизации: учеб. пособие. – Иркутск: Иркут. гос. ун-т, 1994. – 344 с.
16. Срочко В.А. Итерационные методы решения задач оптимального управления. – М.: Физматлит, 2000.
17. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование. – М.: Физматлит, 2002.
18. Стрекаловский А.С., Орлов А.В. Биматричные игры и билинейное программирование. – М.: Физматлит, 2007.
19. Стрекаловский А.С. Введение в выпуклый анализ: учеб. пособие. – Иркутск: Изд-во Иркут. гос. ун-та, 2009.
20. Стрекаловский А.С. Введение в теорию игр: учеб. пособие. – Иркутск: Иркут. ун-т, 2005.

Разработчик:

С.н.с. лаборатории Невыпуклой
оптимизации, к.ф.-м.н., доцент

_____ Т.В. Груздева

Эксперт:

Зав. отделением Методов невыпуклой и
комбинаторной оптимизации, д.ф.-м.н.,
профессор

_____ А.С. Стрекаловский