На правах рукописи

ТРУФАНОВ АНДРЕЙ ВИКТОРОВИЧ

Аналитические методы решения нелинейных операторно-фунциональных уравнений в нерегулярных случаях

01.01.02 — Дифференциальные уравнения,
динамические системы и оптимальное управление

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Иркутск — 2010

Работа выполнена в Институте математики, экономики и информатики ГОУ ВПО "Иркутский государственный университет" (Федеральное агентство по образованию РФ).

Научный руководитель:	доктор физико-математических наук, профессор **Сидоров Николай Александрович**
Официальные оппоненты:	доктор физико-математических наук, профессор **Логинов Борис Владимирович**
	доктор физико-математических наук **Апарцин Анатолий Соломонович**
Ведущая организация:	**Национальный исследовательский технологический университет "Московский институт стали и сплавов"** (г. Москва)

Защита диссертации состоится 10 июня 2010 г. в 14.00 часов на заседании диссертационного совета Д 003.021.01 в ИДСТУ СО РАН по адресу: 664033, г. Иркутск, ул. Лермонтова, 134.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИДСТУ СО РАН.

Автореферат разослан 7 мая 2010 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
д.ф.-м.н. А.А. Щеглова

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

В диссертации исследуются нелинейные операторные уравнения в банаховых пространствах с функциональным возмущением аргумента (ФВА). Разработаны аналитические методы построения решений таких уравнений в окрестности неподвижных точек ФВА. Полученные результаты применяются для анализа интегральных уравнений Вольтерра I-го рода.

Актуальность темы. К линейным и нелинейным операторно-функциональным уравнениям в банаховых пространствах с параметрами и их функциональными возмущениями сводятся некоторые классы начально-краевых задач для дифференциально-функциональных и интегро-дифференциальных уравнений.

Теория операторных уравнений с функционально измененным аргументом получила интенсивное развитие в XX веке. При этом наиболее детально изучены разностные уравнения. Большой интерес представляют также дифференциально-разностные уравнения, интегро-функциональные и операторно-функциональные уравнения с параметрами, т.к. они имеют широкий спектр приложений. Существенный вклад в современную теорию функционально-дифференциальных уравнений внесли Л.Э. Эльсгольц, А.М. Зверкин, Н.В. Азбелев, А.Д. Мышкис, Л.Ф. Рахматуллина, А.Л. Скубачевский и другие авторы. Ряд последних результатов в этой области можно найти, например, в монографии В.В. Власова и Д.А. Медведева[1]. В то же время проблема построения решений операторно-функциональных уравнений с ФВА в окрестности неподвижных точек ФВА остается слабо изученной. В современной литературе встречаются лишь частные результаты, касающиеся построения решений алгебраических функциональных уравнений в окрестности неподвижных точек функционального возмущения аргумента[2, 3].

Диссертация посвящена построению аналитической теории непрерыв-

[1]Власов В.В., Медведев Д.А. Функционально-дифференциальные уравнения в пространствах Соболева и связанные с ними вопросы спектральной теории. – Современная математика. Фундаментальные направления. – Т. 30, 2008. – 173 с.

[2]Smajdor W. Local analytic solutions of functional equations // Annal Polon. math. – 1967. – Vol. 19, № 1. – P. 37–45.

[3]Baron K., Ger R., Matkowski J. Analytic solutions of a system of functional equations // Publs. math. – 1975. – Vol. 22, № 3–4. – P. 189–194.

ных решений операторных уравнений вида

$$F(x(t), x(\alpha(t)), t) = 0, \tag{1}$$

где $\alpha(t)$ – заданная непрерывная функция.

Нелинейные операторные уравнения вида (1) изучались многими авторами. При этом обычно рассматривались модели без функционального возмущения аргумента, а методы построения асимптотических приближений разветвляющихся решений предполагали представление решений в виде рядов Пьюизе (по дробным степеням параметра). Наибольший интерес при исследовании нелинейных операторных уравнений представляет нерегулярный случай, когда в окрестности некоторых значений аргумента происходит ветвление решений. Обширная литература по методам построения разветвляющихся решений нелинейных операторных уравнений восходит к классическим работам А.М. Ляпунова и отражена в монографиях ряда авторов (М.М. Красносельский[4], М.М. Вайнберг и В.А. Треногин[5], Б.В. Логинов и Н.А. Сидоров[6] и др.).

Отметим, что для уравнения (1) несомненный теоретический интерес представляет задача построения решения $x(t)$ в окрестности неподвижных точек t^* функционального возмущения аргумента, поскольку в окрестности этих точек возможен случай ветвления искомого решения. Автору неизвестны результаты, касающиеся теории ветвления решений уравнений (1) даже для задач в конечномерной постановке.

Разработка методов решения таких уравнений является актуальной задачей в связи с некоторыми проблемами прикладной математики. В диссертации результаты, полученные при иследовании уравнения (1), применены к нелинейным уравнениям Вольтерра I рода с ядром особого вида и функциональным возмущением аргумента. Задачи такого сорта могут встречаться в энергетике[7].

Целью диссертационной работы является доказательство теорем

[4]Красносельский М.А. Топологические методы в теории нелинейных интегральных уравнений. М.: Гостехиздат, 1964.

[5]Вайнберг М.М., Треногин В.А. Теория ветвлений решений нелинейных уравнений. – М.: Наука, 1969. – 528 с.

[6]Sidorov N., Loginov B. and others. Lyapunov-Schmidt Methods in Nonlinear Analysis and Applications. – Kluwer Academic Publishers. – Dordrecht/Boston/London. – 2002. – 547 p.

[7]Караулова И.В., Маркова Е.В., Труфанов В.В. О задаче технического перевооружения электростанций // Обратные и некорректные задачи прикладной математики: Труды XIII Байкальской Международной школы-семинара “Методы оптимизации и их приложения”. – Иркутск:ИСЭМ СО РАН. – Т. 3. – 2005. – С. 135–140.

существования и разработка приближенных методов построения непрерывных решений уравнения (1) в окрестности неподвижной точки функционального возмущения аргумента.

Методика исследования. В диссертации используются классические методы линейного и нелинейного функционального анализа, такие, как метод неопределенных коэффициентов, принцип сжимающих отображений, диаграмма Ньютона, аппарат обобщенных функций типа Соболева-Шварца, сведения из теории интегральных и дифференциальных уравнений.

Научная новизна. В работе исследовано поведение и структура решений линейных, квазилинейных и нелинейных операторных уравнений с ФВА в банаховых пространствах в окрестности неподвижной точки ФВА. Показано, что в нерегулярном случае решения имеют логарифмо-степенную асимптотику и предложен способ её построения. Получены конструктивные теоремы существования параметрических семейств решений. Эти результаты являются началами теории ветвления решений для операторно-функциональных уравнений вида (1).

Практическая значимость. Результаты диссертации могут быть включены в спецкурсы для студентов-математиков ИМЭИ ИГУ и использованы студентами и аспирантами кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений ИГУ при написании кандидатских диссертаций, курсовых и дипломных работ.

Исследования по теме диссертации проводились в рамках основных плановых тем ИГУ:

- Федеральная целевая программа "Интеграция науки и высшего образования России". Развитие научных исследований "Учебно-научным центром фундаментального естествознания" (2002–2006 гг.);

- "Развитие исследований в области естественных наук в рамках основных научных направлений" (Иркутский государственный университет) (2006–2008 гг.);

- "Решение нелинейных операторных уравнений с функциональным возмущением аргумента в окрестности особых точек" (Грант для поддержки НИР аспирантов и молодых сотрудников ИГУ, № 111-02-000/7-05).

Апробация диссертации. Основные результаты диссертации докладывались на конференциях: Всероссийская конференция “Математическое моделирование и вычислительно-информационные технологии в междисциплинарных исследованиях”, 6–7 июня 2009 г., Иркутск; Школа-семинар “Нелинейный анализ и экстремальные задачи”, 23–30 июня 2008 г., Иркутск; III Международная конференция “Функциональные пространства. Дифференциальные операторы. Общая топология. Проблемы математического образования”, посвященная 85-летию Л.Д. Кудрявцева, 25–28 марта 2008 г., Москва; Зональная межвузовская конференция “Математика и проблемы её преподавания в вузе”, март 2007 г., Иркутск; IX Международная Четаевская конференция “Аналитическая механика, устойчивость и управление движением”, 12–16 июня 2007 г., Иркутск; International Conference Nonlinear Equations, Alushta, September 17–25, 2005 г.; IV Всероссийская конференция “Математика, информатика и управление”, 1–5 ноября 2005 г., Иркутск; XII Байкальская Международная школа-семинар “Методы оптимизации и их приложения”, 2–8 июля 2005 г., Иркутск; Зональная межвузовская конференция “Математика и проблемы её преподавания в вузе”, март 2003 г., Иркутск. Результаты диссертации систематически обсуждались на семинарах кафедры математического анализа ИГУ под руководством проф. Н.А. Сидорова и ежегодных конференциях “Ляпуновские чтения. Презентация новых информационных технологий.” в ИДСТУ СО РАН 2004–2009 гг.

Структура и объем диссертации. Диссертация изложена на 135 страницах и состоит из введения, двух глав, приложения и списка литературы. Библиография диссертации содержит 61 наименование.

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в работах [1]–[14] (список приведен в конце автореферата). Основные результаты главы 1 опубликованы в работах [2], [3], [4], [10]; главы 2 – в работах [1], [3], [6], [7], [8], [10]. Результаты, изложенные в Приложении, опубликованы в работах [5], [9], [11], [12], [13]. Из работ, указанных выше, [1] входит в список журналов, рекомендованных ВАК для опубликования основных результатов кандидатских и докторских диссертаций. Из работ, опубликованных совместно с Сидоровым Н.А. и Сидоровым Д.Н., в диссертацию включены и выносятся на защиту результаты, полученные лично автором диссертации.

Автор выражает глубокую благодарность профессору Н.А. Сидоро-

ву за постановку задач, постоянное внимание к работе и всестороннюю поддержку.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность темы диссертации, формулируется цель работы, дается обзор литературы по исследуемой проблеме.

В первой главе приводятся результаты, касающиеся исследования уравнения

$$Ax(z) - kBx(z+a) = P^m(z). \tag{2}$$

Здесь A, B – линейные ограниченные операторы, действующие из банахова пространства E_1 в банахово пространство E_2, $z \in \mathtt{R}^1$, k и a – вещественные числа, правая часть

$$P^m(z) = \sum_{i=0}^{m} P_i^m z^i$$

– известный полином аргумента z степени m, $P_i^m \in E_2,\ i = \overline{1,m}$.

В §1 главы 1 рассматривается уравнение (2) в предположении непрерывной обратимости оператора $A - kB$ (регулярный случай). Решение является единственным и строится в виде полинома той же степени, что и правая часть $P^m(z)$.

§2 первой главы посвящен сингулярному случаю, когда оператор $A - kB$ является фредгольмовым и $\dim N(A - kB) = n \geq 1$. Показано, что если оператор $A - kB$ не имеет B-присоединенных элементов, $\dim N(A - kB) = n$, то решение является полиномом степени $m + 1$ и зависит от n свободных параметров.

Если оператор $A - kB$ имеет B-жорданову цепочку длины p, $\dim N(A - kB) = 1$, то решение есть полином степени $m + p$. При этом решение зависит от p свободных параметров.

В случае, когда $\dim N(A - kB) = n$ и оператор $A - kB$ имеет полный B-жорданов набор присоединенных элементов, решение строится в виде полинома, степень которого больше m на длину максимальной жордановой цепочки в наборе. Это решение является пучком k параметров, где k – корневое число B-жорданова набора оператора $A - kB$, т.е.

$k = p_1 + \ldots + p_n$, где p_i – длины B-жордановых цепочек оператора $A - kB$.

Лемма 1. Пусть фредгольмов оператор $A - kB$ имеет полный B-жорданов набор, p_i – длины его B-жордановых цепочек, тогда уравнение (2) имеет решение вида

$$x(z) = \sum_{i=0}^{m+p} x_i z^i \tag{3}$$

($p = \max\{p_i\},\ i = 1, \ldots, n$), зависящее от $k = p_1 + \ldots + p_n$ произвольных постоянных.

Во второй главе с использованием результатов главы 1 доказаны теоремы существования и предложен способ построения решения уравнения вида

$$Ax(t) - Bx(\alpha t) = f(t), \tag{4}$$

где A, B – линейные ограниченные операторы, действующие из вещественного банахова пространства E_1 в вещественное банахово пространство E_2, $|\alpha| < 1$, $f(t)$ – непрерывная, достаточно гладкая функция со значениями в E_2, $f(0) = 0$. Полученные результаты обобщаются на квазилинейные уравнения с несколькими нелинейными функциональными возмущениями аргумента.

Лемма 2. Зафиксируем число $0 < q < 1$ и выберем натуральное число Q так, чтобы выполнялось неравенство

$$|\alpha|^Q \|A^{-1}B\| \leq q. \tag{5}$$

Пусть существует функция $x_Q^*(t)$ такая, что выполняется оценка

$$\|Ax_Q^*(t) - Bx_Q^*(\alpha t) - f(t)\| = o(|t|^Q), \quad t \to 0. \tag{6}$$

Тогда существует число $\rho > 0$ такое, что в области $|t| < \rho$ уравнение (4) имеет решение вида

$$x(t) = x_Q^*(t) + t^Q V(t), \tag{7}$$

где $V(t) \to 0$ при $t \to 0$.

Теорема 1. Пусть оператор A непрерывно обратим и выполняются условия $|\alpha| < q < 1$, $f(0) = 0$. Пусть функция $f(t)$ обладает достаточной гладкостью в некоторой окрестности нуля, число $\lambda = 0$ является регулярной точкой или изолированной фредгольмовой точкой операторов из семейства

$$C(i) \overset{\triangle}{=} A + (\lambda - \alpha^i)B,\ i = 1, 2, \ldots, Q, \tag{8}$$

где число Q удовлетворяет неравенству

$$|\alpha|^Q \|A^{-1}B\| \leq q < 1. \tag{9}$$

Тогда уравнение (4) имеет решение вида

$$x(t) = x_Q^*(t) + t^Q v(t), \tag{10}$$

где $v(t) \to 0$ при $t \to 0$.

Если число $\lambda = 0$ является регулярной точкой оператора $C(i)$, $i = 1, 2, \ldots, Q$, то $x_Q^*(t) = \sum\limits_{i=1}^{Q} x_i t^i$, коэффициенты x_i определяются единственным образом, и построенное решение (10) является единственным.

Если хотя бы при одном из чисел $j \in \{1, 2, \ldots,$Q$\}$ число $\lambda = 0$ является изолированной фредгольмовой точкой оператора $C(j)$, то решение (10) уравнения (4) зависит от свободных параметров. При этом коэффициенты x_i полинома $x_Q^*(t)$ являются полиномами $\ln |t|$.

Полученные результаты обобщаются на уравнение с функциональными операторными коэффициентами вида

$$A(t)x(t) - B(t)x(\alpha t) = f(t). \tag{11}$$

В §2 исследуется линейное операторное уравнение с нелинейным ФВА

$$Ax(t) - Bx(\alpha(t)) = f(t), \tag{12}$$

где $\alpha(t)$ – достаточно гладкая функция, $\alpha(0) = 0$ и $|\alpha'(0)| < 1$. Строятся локальные решения в окрестности нуля.

В §3 найдены решения линейных операторных уравнений с несколькими возмущениями аргумента

$$A_1(t)x(t) - A_2(t)x(\alpha_2(t)) - \ldots - A_N(t)x(\alpha_N(t)) = f(t). \tag{13}$$

Оператор $A_1(0)$ предполагается непрерывно обратимым, $\alpha_i(0) = 0$, $|\alpha_i'(0)| < 1$ для $i = 2, \ldots, N$, $f(t)$ – достаточно гладкая функция.

В §4 приведены результаты исследования уравнения (4) при отсутствии непрерывной обратимости оператора A. Здесь предполагается, что оператор A фредгольмов с нетривиальным пространством нулей. Показано, что в этом случае при дополнительном требовании нильпотентности определенных матриц (нильпотентность вытекает из условия существования полных жордановых наборов) задача сводится к случаю с обратимым оператором A.

В §5 на примере линейного операторного уравнения с ФВА показано, что решение при определенных условиях может быть продолжено из окрестности неподвижной точки ФВА стандартным методом шагов.

Лемма 3. Пусть $\alpha(0) = 0$, функция $x_0(t) : [0, h] \to E_1$–непрерывное решение уравнения (12) на промежутке $[0, h]$. Пусть $0 < \alpha(t) < t$, и $\min\limits_{h \le \alpha(t) \le T} (t - \alpha(t)) = h_1$, $h_1 \ge h$, функции $\alpha(t), f(t)$ непрерывны на промежутке $[h, T]$, оператор A непрерывно обратим. Тогда уравнение (12) имеет непрерывное решение $x(t) : [0, T] \to E_1$.

В §6 результаты предыдущих параграфов применяются к построению непрерывных решений $x(t)$, стремящихся к нулю при $t \to 0$, для квазилинейного операторного уравнения с нелинейным функциональным возмущением аргумента $\alpha(t)$

$$A(t)x(t) - B(t)x(\alpha(t)) = R(x(t), x(\alpha(t)), t), \tag{14}$$

где отображение R и его производные Фреше по $x(t)$ и $x(\alpha(t))$ равны нулю при $x(t) = 0$, $x(\alpha(t)) = 0$, $t = 0$.

Теорема 2. Пусть оператор $A(0)$ непрерывно обратим, $\alpha(0) = 0$, $|\alpha'(0)| < q < 1$, $R(0, 0, 0) = 0$, $\alpha(t)$, $A(t), B(t)$, $R(x(t), x(\alpha(t)), t)$ обладают достаточной гладкостью в некоторой окрестности нуля, число $\lambda = 0$ является регулярной точкой или изолированной фредгольмовой точкой семейства операторов

$$C(i) \stackrel{\triangle}{=} A(0) + (\lambda - \alpha'(0)^i)B(0), \; i = 1, 2, \ldots, Q, \tag{15}$$

где число Q удовлетворяет неравенству

$$|\alpha'(0)|^Q \|A^{-1}(t)B(t)\| \le q < 1. \tag{16}$$

Тогда уравнение (14) имеет решение вида

$$x(t) = x_Q^*(t) + t^Q v(t), \tag{17}$$

где функция $v(t)$ стремится к нулю при $t \to 0$ и определяется единственным образом методом последовательных приближений. Если при всех $i = 1, 2, \ldots$ число $\lambda = 0$ является регулярной точкой оператора $C(i)$, то асимптотика решения $x_Q^*(t)$ будет полиномом аргумента t степени Q. При этом построенное решение является единственным.

Если хотя бы при одном из чисел $j \in 1, 2, \ldots$ число $\lambda = 0$ является изолированной фредгольмовой точкой оператора $C(j)$, то решение уравнения (14) зависит от конечного числа свободных параметров и

$$x_Q^*(t) = \sum_{i=1}^{j-1} x_i t^i + \sum_{i=j}^{Q} x_i(\ln|t|)t^i, \tag{18}$$

где $x_i(\ln|t|)$ – полиномы от $\ln|t|$.

В §7 рассмотрены линейные и квазилинейные операторные уравнения с несколькими возмущениями аргумента

$$A_1(t)x(t) - A_2(t)x(\alpha_2(t)) - \ldots - A_N(t)x(\alpha_N(t)) = \\ = R(x(t), x(\alpha_2(t)), \ldots, x(\alpha_N(t)), t). \tag{19}$$

Оператор $A_1(0)$ предполагается непрерывно обратимым, $\alpha_i(0) = 0$, $|\alpha_i'(0)| < 1$ для всех i.

В §8 главы 2 на основе модифицированного метода диаграммы Ньютона и полученных результатов для квазилинейных уравнений предлагается процедура построения малых разветвляющихся решений нелинейных операторных функциональных уравнений вида

$$F\big(x(\alpha_1(t)), \ldots, x(\alpha_N(t)), t\big) = 0. \tag{20}$$

С помощью метода диаграммы Ньютона задача сводится к квазилинейному уравнению (19) и ряду линейных задач, рассмотренных ранее.

Теорема 3. Пусть для уравнения (20) построена диаграмма Ньютона, для отрезка диаграммы, соответствующего определенному ε, и корня $z(0)$ уравнения укорочения

$$P(z(0), \ldots, z(0)) = 0, \tag{21}$$

выписано уравнение

$$P'_{u_1}u(\alpha_1(t)) + \ldots + P'_{u_N}u(\alpha_N(t)) + \\ + \tilde{R}(z(0) + z(\alpha_1(t)), \ldots, z(0) + z(\alpha_N(t)), t) = 0. \tag{22}$$

Пусть оператор P'_{u_1} непрерывно обратим, $\alpha_1(t) \equiv t$, $\quad |\alpha_i'(0)| = q_i < 1$, $i = 2, \ldots, N$, и все операторы $C(i) = P'_{u_1} + \sum\limits_{s=2}^{N} P'_{u_s}(\alpha_s'(0))^i$ непрерывно обратимы. Тогда данному отрезку диаграммы и корню $z(0)$ соответствует единственное непрерывное решение уравнения (20) вида

$$x(t) = t^{\varepsilon}(z(0) + u(t)),$$

где $u(t)$ – единственное непрерывное решение уравнения (22).

Отметим, что не во всех случаях предлагаемая методика срабатывает. Так, если в соответствующем квазилинейном уравнении (22) операторный коэффициент при главной части окажется равным нулю, то вопрос о разрешимости уравнения (22) останется открытым.

Таким образом, в главах 1, 2 диссертации предложен аналитический метод построения непрерывных решений линейных и нелинейных операторных уравнений с ФВА в окрестности неподвижных точек функциональных возмущений аргумента. Метод позволяет строить решения в окрестности точек ветвления и использует сочетание метода неопределенных коэффициентов, метода последовательных приближений, диаграммы Ньютона и аппарат полных обобщенных жордановых наборов для операторных коэффициентов линеаризованного уравнения. Доказательство сходимости метода основано на классической схеме принципа сжимающих отображений. Общие результаты и теоремы иллюстрируются на примерах решения конкретных интегральных уравнений и краевых задач.

В разделе Приложение диссертации результаты, изложенные в главе 2, применяются для исследования нелинейных интегральных уравнений Вольтерра I рода с функциональным возмущением аргумента

$$\int\limits_0^t K(t,s)(x(s) + ax(\alpha s) + g(s^l x(s), s))ds = f(t), \tag{23}$$

где g, f и ядро K – аналитические функции в окрестности нуля, причем

$$K(t,s) = \sum_{i=0}^{n} K_{n-i} t^{n-i} s^i + O((|t| + |s|)^{n+1}),$$
$$K_{n-i} \neq 0, \quad i = 0, 1, \ldots, n;\ n < l.$$

В §1 Приложения строятся обобщенные решения нелинейного интегрального уравнения Вольтерра I рода (23) с ФВА в виде суммы сингулярной и регулярной частей. Сингулярная составляющая представляет собой линейную комбинацию дельта-функции и конечного числа ее производных. Коэффициенты сингулярной части определяются из системы линейных алгебраических уравнений. Регулярная часть вычисляется с помощью метода неопределенных коэффициентов и метода последовательных приближений.

Теорема 4. Пусть $l > n$, $0 < |\alpha| < 1$, функция $f(t)$ – аналитическая в окрестности нуля,

$$\sum_{i=0}^{n} K_{n-i}^{n} \frac{1}{i+j} \neq 0,\ j = 1, 2, \ldots,$$

$$K_{n-i}^{n} \neq 0,\ i = 0, 1, \ldots, n, \quad \sum_{i=0}^{n} K_{n-i}^{n} \neq 0.$$

Пусть справедливы неравенства

$$1 + \frac{a}{\alpha^i |\alpha|} \neq 0, \ \ i = 0, 1, 2, \ldots, n, \tag{24}$$

$$1 + a\alpha^j \neq 0, \ \ j = 0, 1, 2, \ldots \tag{25}$$

Тогда уравнение (23) имеет обобщенное решение

$$x(t) = \frac{c_0}{1 + \frac{a}{\alpha^0 |\alpha|}} \delta(t) + \ldots + \frac{c_n}{1 + \frac{a}{\alpha^n |\alpha|}} \delta^{(n)}(t) + u(t), \tag{26}$$

в котором постоянные $c_0, \ldots, c_n$ определяются однозначно из системы

$$r_t^{(i)}(0, c_0, \ldots, c_n) = 0,\ i = 0, \ldots, n, \tag{27}$$

где

$$r(t, c_0, \ldots, c_n) = f(t) - \sum_{j=0}^{n} (-1)^j \frac{\partial^j K(t, 0)}{\partial s^j} c_j.$$

Регулярная составляющая (функция $u(t)$) является аналитической в окрестности нуля.

В §2 Приложения полученные ранее результаты обобщаются на случай систем нелинейных интегральных уравнений Вольтерра I рода с функциональным возмущением аргумента вида

$$\int_0^t \sum_{j=1}^m K_{i\,j}(t,s)(x_j(s) + \sum_{s=1}^m a_{j\,s} x_j(\alpha s) + g_j(s^l x(s), s))\, ds =$$

$$= f_i(t),\ i = 1, .., m, \quad (28)$$

где матрица K и вектор-функции g, f – аналитические в окрестности нуля, причем

$$K(t,s) = \sum_{i=0}^n K_{n-i} t^{n-i} s^i + O((|t| + |s|)^{n+1}),\ \det K_{n-i} \neq 0, \quad i = 0, 1, \ldots, n,$$

$$g_j(s^l x(s), s) = g_j(s^{l_{ij}} x_1(s), ..., s^{l_{mj}} x_m(s), s),\ \min_{ij} l_{i\,j} = l,\ l > n.$$

РЕЗУЛЬТАТЫ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЩИТУ

1. Для линейных и квазилинейных операторно-функциональных уравнений с ФВА нейтрального типа доказаны теоремы существования решения в окрестности неподвижных точек ФВА. Разработан приближенный метод построения решений таких уравнений с указанием асимптотики.

2. Для решения нелинейных операторных уравнений с ФВА предложен метод диаграммы Ньютона, позволяющий сводить исходную нелинейную задачу к нескольким квазилинейным уравнениям с ФВА. Решения последних строятся в виде непрерывных функций, обладающих логарифмо-степенной асимптотикой.

3. Рассмотрены приложения доказанных теорем к построению обобщенных решений одного класса интегральных уравнений Вольтерра I рода с ФВА.

СПИСОК ОСНОВНЫХ ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Сидоров Н.А., Труфанов А.В. Нелинейные операторные уравнения с функциональным возмущением аргумента нейтрального типа // Дифференциальные уравнения. – 2009. – Т. 45, № 12. – С. 1804–1808.

2. Труфанов А.В. Структура решения функциональных уравнений с функциональным изменением аргумента // Вестник БГУ. Сер. 13 "Математика и Информатика". – 2006. – Вып. 3. – С. 82–87.

3. Труфанов А.В. Квазилинейные операторные уравнения с функциональными возмущениями нейтрального типа // Вестник Самарского государственного технического университета. – 2007. – С. 105–109.

4. Труфанов А.В. Существование и вычисление решений нелинейных систем с функциональными аргументами // Труды Второй Восточно-Сибирской зональной межвузовской конференции по математике и проблемам её преподавания в ВУЗе. – Иркутск: Изд-во Иркут. гоС. пед. ун-та. – 2003. – С. 55–59.

5. Sidorov N.A., Sidorov D.N., Trufanov A.V. Generalized solution of integral-functional equations: construction and applications in power industry // PAMM Proc. Appl. Math. Mech. – Willey-VCH Verlag GambH. – Vol.7, issue 1. – December 2007. – P.1040805–1040806.

6. Сидоров Н.А., Труфанов А.В. Структура решений линейных операторных уравнений с функциональным возмущением аргумента // Труды Средневолжского математического общества. – 2006. – Т. 1, № 8. – С. 104–109.

7. Сидоров Н.А., Сидоров Д.Н., Труфанов А.В. Построение обобщенных решений нелинейных интегро-дифференциальных уравнений // Вестник МАГУ. "Математика". – 2005. – № 8. – С. 123–138.

8. Труфанов А.В. Нелинейные операторные уравнения с функциональным возмущением аргумента // Известия ИГУ, "Математика". – 2007. Т. 1. – С. 308–321.

9. Сидоров Н.А., Сидоров Д.Н., Труфанов А.В. Существование и структура решений систем нелинейных интегро-дифференциальных

уравнений Вольтерры первого рода// Известия ИГУ, “Математика”. – 2007. Т. 1. – С. 267–274.

10. Труфанов А.В. Операторные уравнения с функциональными возмущениями аргумента // Интеллектуальные и материальные ресурсы Сибири: сб. науч. тр. - Иркутск: Изд-во БГУЭП. – 2005. – С. 240–249.

11. Sidorov N.A., Sidorov D.N., Trufanov A.V.. Generalized solutions of nonluinear integral-functional equations // Nonlinear boundary problems journal. – 2006. – № 16. – P.96–106.

12. Труфанов А.В. Операторно-интегральные уравнения типа Вольтерра с функциональным возмущением аргумента // Обратные и некорректные задачи прикладной математики: Труды XIII Байкальской Международной школы-семинара “Методы оптимизации и их приложения” (Иркутск, Байкал, 2-8 июля 2005 г.) Т. 3. – Иркутск: ИСЭМ СО РАН. – 2005. – С. 191–195.

13. Сидоров Н.А., Сидоров Д.Н., Труфанов А.В. О структуре решения системы интегрально-функциональных уравнений Вольтерры I рода // Труды III Международной конференции “Функциональные пространства. Дифференциальные операторы. Общая топология. Проблемы математического образования”, посвященной 85-летию Л.Д. Кудрявцева. – М.: МФТИ, 2008. – С. 320–322.

14. Sidorov N.A., Sidorov D.N., Trufanov A.V. Construction of the generalized solution of nonlinear integral-functional equations // International Conference Nonlinear Equations (Alushta, September 17-25, 2005). – P. 96–97.

Редакционно-издательский отдел
Института динамики систем и теории управления СО РАН
664033, Иркутск, ул. Лермонтова, 134
Подписано к печати 30.04.2010
Формат бумаги 60 x 84 1/16, объем 1 п.л.
Заказ 2. Тираж 100 экз.

Отпечатано в ИДСТУ СО РАН